1 Courbes polaires

$\boxed{Q\ 1}$ Construire la courbe polaire d'équation

$$\rho = \frac{\sin\theta}{\sin\theta - \cos\theta}$$

2 Ellipse

Dans le plan euclidien muni d'un repère orthonormé, on note $\mathcal{E}$ l'ellipse d'équation cartésienne réduite :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

On note F, F' ses foyers. On appelle *cercle directeur* de l'ellipse, le cercle de centre F' et de rayon $2a$.

$\boxed{Q\ 2}$ Soit un point M de l'ellipse. On note M' le point d'intersection de la demi-droite issue de F', dirigée par $\overrightarrow{F'M}$ et du cercle directeur. Montrer que la tangente en M à l'ellipse est la médiatrice du segment $[M'F]$.

$\boxed{Q\ 3}$ En déduire une construction géométrique de la tangente en un point d'une ellipse.

$\boxed{Q\ 4}$ Déterminer une condition nécessaire et suffisante sur (u,v,w) pour que la droite d'équation cartésienne

$$\mathcal{D}:\ ux + vy + w = 0$$

soit tangente à l'ellipse $\mathcal{E}$.

3 Hyperbole

$\boxed{Q\ 5}$ Une droite rencontre une hyperbole aux points A et B et les asymptotes aux points C et D. Montrer que les segments $[AB]$ et $[CD]$ ont même milieu. On pourra d'abord traiter l'exercice dans le cas d'une hyperbole équilatère.

$\boxed{Q\ 6}$ Montrer que la tangente en un point d'une hyperbole rencontre les asymptotes en deux points symétriques par rapport au point de contact.